

E-Learning in der Mathematik – Aufgabensammlungen **STACK**

Dr. Michael Kallweit

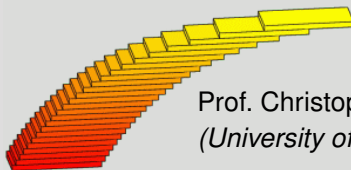
Fakultät für Mathematik, Ruhr-Universität Bochum

07.11.2018, Bielefeld



STACK

**System for
Teaching and
Assessment using a
Computer algebra
Kernel**



Prof. Christopher J. Sangwin
(University of Edinburgh)

Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der komplexen Zahl

$$\frac{2 \cdot i + 1}{4 - 2 \cdot i} + \frac{2 \cdot i + 4}{4 - 2 \cdot i}$$

Realteil:

Imaginärteil:

Ihre letzte Antwort wurde folgendermaßen interpretiert:

$$\frac{8}{5}$$

Ihre letzte Antwort wurde folgendermaßen interpretiert:

$$\frac{6}{5}$$

Ihre Antwort ist teilweise korrekt.

Der Realteil ist richtig.

Der Imaginärteil ist falsch.

$$2 \cdot i + 1 = 1 - 2 \cdot i$$

$$\frac{2i+4}{4-2i} = \frac{(2i+4)(2i+4)}{(4-2i)(2i+4)} = \frac{16i+12}{20} = \frac{4i}{5} + \frac{3}{5}$$

Eine mögliche Lösung ist $\frac{8}{5}$, was folgendermaßen eingegeben werden kann:

Eine mögliche Lösung ist $-\frac{6}{5}$, was folgendermaßen eingegeben werden kann:

Die Länge eines Rechtecks ist um 8cm größer als seine Breite.
Sein Flächeninhalt ist 65cm^2 . Bestimme die Maße des Rechtecks.

1. Schreiben Sie eine Gleichung, die die Seitenlängen zum
Flächeninhalt in Verbindung bringt.

2. Lösen Sie ihre Gleichung. Geben Sie die Lösungen als Menge
von Zahlen ein.

3. Geben Sie die kürzere der beiden Seiten an.

cm

Geben Sie ein Beispiel für eine Funktion $f(x)$, die bei $x = 0$ stetig aber nicht differenzierbar ist und bei $x = 4$ einen Extrempunkt hat.

$f(x) =$

Prüfen

Ihre Antwort ist teilweise korrekt.

Ihre Funktion hat an der Stelle $x = 4$ keinen Extrempunkt, sollte sie aber.

Ihre Funktion ist an der Stelle $x = 0$ differenzierbar, sollte sie aber nicht sein.

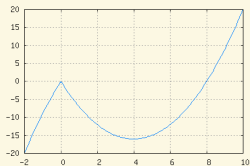
Versuchen Sie den Betrag $|x|$, welcher als $\text{abs}(x)$ eingegeben wird, in ihre Antwort einzubauen.

Zensur für diese Einreichung: 0,99/3,00.

Ein Weg, eine solche Funktion zu konstruieren, ist mit einer stetigen Funktion (erste gewünschte Eigenschaft) mit Extrempunkt an der Stelle $x = 4$ zu starten, und dann die Differenzierbarkeit an der gewünschten Stelle zu zerstören. Dies kann man z.B. mit Hilfe der Betragsfunktion $|x|$ machen.

Wir starten mit einer Parabel mit Nullstellen $x = 0$ und $x = 2 \cdot 4$, welche somit bei $x = 4$ einen Extrempunkt hat. Zum Beispiel also $x(x - 8)$. Nun lassen wir den Graphen mit der Betragsfunktion entsprechend "abknicken": $(x - 8) \cdot |x|$.

Daraus ergibt sich folgender Graph:



Eine mögliche Lösung ist $(x - 8) \cdot |x|$, was folgendermaßen eingegeben werden kann: `(x-8)*abs(x)`

Geben Sie zwei reelle Folgen $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit [Frage nachbessern](#) | [Starte die Frage-Tests...](#)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0 \text{ und } \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = +\infty$$

an, so dass $x_n y_n \in [-1, 1]$ für alle n , die Folge aber nicht konvergiert.

$$x_n = (-1)^n / (2^n)$$

$$y_n = n$$

Ihre letzte Antwort wurde folgendermaßen interpretiert:

$$\frac{(-1)^n}{2 \cdot n}$$

Die folgenden Variablen wurden gefunden: $[n]$

Ihre letzte Antwort wurde folgendermaßen interpretiert:

$$n$$

Die folgenden Variablen wurden gefunden: $[n]$

Richtig

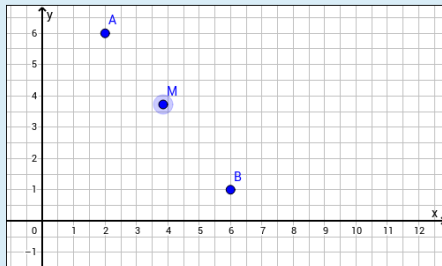
$x_n y_n$ scheint zwischen -1 und 1 zu liegen

Die Folge $x_n y_n$ scheint (wie gewünscht) nicht konvergent zu sein.

Use point M to mark the position of the midpoint of $A(a|b)$ and $B(c|d)$

The input should have the format $M(2,5)$

Caution: DO NOT move the given points A and B !



$M(3.9,3.7)$

Your last answer was interpreted as follows:

$M(3.9, 3.7)$

Check

Make r the subject of the formula $A = \pi r^2 (x + y)$, where $r > 0$.

```
A = pi*r^2*(x+y)
A/pi=r^2*(x+y)
A/(pi*(x+y))=r^2
r=sqrt(A/(pi*(x+y)))
```

Check

Assume +ve vars $A = \pi r^2 (x + y)$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{\pi} = r^2 (x + y)$$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{\pi (x + y)} = r^2$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi (x + y)}}$$

The variables found in your answer were: $[A, r, x, y]$

Correct answer, well done.

Assume +ve vars $A = \pi r^2 (x + y)$

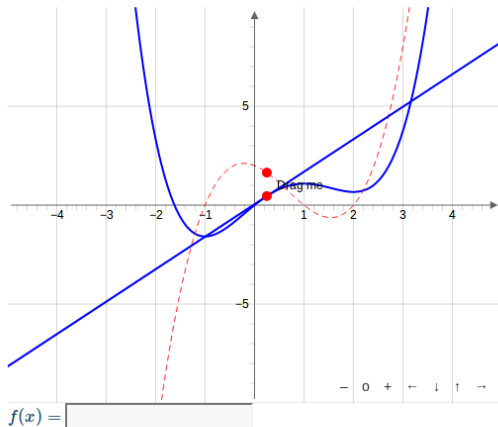
$$\Leftrightarrow \frac{A}{\pi} = r^2 (x + y)$$

$$\Leftrightarrow \frac{A}{\pi (x + y)} = r^2$$

$$\Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi (x + y)}}$$





Frage nachbessern | Starte die Frage-Tests...

A graph, together with the tangent line and its slope, are shown below. Find an algebraic expression for the graph shown below.


 $f(x) =$

Prüfen

Vorteile

- Offenes Aufgabenformat mit Eingabemöglichkeit für math. Ausdrücke
- Generierung der Aufgabenstellung und Auswertung durch Computeralgebra-System (Tests auf math. Eigenschaften)
- Individuelle Aufgaben möglich ( Randomisierung)
- In Learning-Management-Systeme (wie  oodle oder Ilias) als Plugin integrierbar
 - Von diesen Systemen an andere Plattformen über standardisierte Schnittstellen (wie z.B. LTI) anbindbar
- Freies System mit OpenSource-Komponenten (u.a.  Maxima, Gnuplot)
- Überprüfen der Syntax vor der „finalen“ Abgabe der Antwort (Validity vs. Correctness)
- detailliertes Feedback (durch Rückmeldebäume )

Einsatzszenarien

STACK Aufgaben...

- ...als Eingangstest eines Vorkurses

Beispiel $(2x + 3x)^2$: 9 Distraktoren vs. 41 freie Eingaben

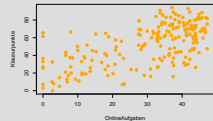
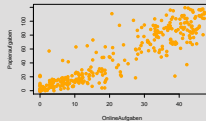
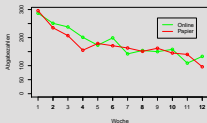
Einsatzszenarien

STACK Aufgaben...

- ...als Eingangstest eines Vorkurses

Beispiel $(2x + 3x)^2$: 9 Distraktoren vs. 41 freie Eingaben

- ...als Teil regulärer wöchentlicher Übungsaufgaben



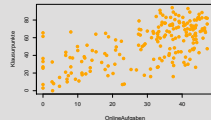
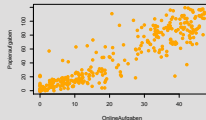
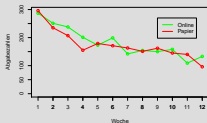
Einsatzszenarien

STACK Aufgaben...

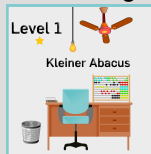
- ...als Eingangstest eines Vorkurses

Beispiel $(2x + 3x)^2$: 9 Distraktoren vs. 41 freie Eingaben

- ...als Teil regulärer wöchentlicher Übungsaufgaben



- ...als gezielte Prüfungsvorbereitung für Klausuren



Aufgabenentwicklung

Die Entwicklung guter
Aufgaben lohnt sich,
ist aber **aufwändig!**

→ Aufgabensammlung

Aufgabensammlungen für STACK (1)

Demo-Kurs: Demonstrating STACK



The screenshot shows the STACK Welcome page. At the top, there is a 'Welcome' heading with a rainbow logo. Below it, a paragraph states: 'This course provides some example and sample STACK questions. The purpose of this is to demonstrate some of the possibilities of this question type.' This is followed by a Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 Unported License logo and text. Further down, it mentions 'Documentation for STACK is available locally as a static wiki. The latest version of STACK is available from GitHub.' and 'This version of the demonstration course was last updated on 1/8/2017 for release with STACK 4.0.' A link 'Checking STACK and mathematics display' is provided. Below this, a section titled 'Learning how to use STACK for students' contains links for 'Syntax instructions' and 'Syntax quiz'. The final section, 'Demonstration quizzes', lists several quizzes: 'Demonstration Quiz', 'Find examples...', 'Ordinary Differential Equations', 'Matrix examples', 'Partial Fractions', and 'Conic sections and their algebraic representation'.

STACK

ca. 450 vorgefertigte englische
STACK-Aufgaben
*(diagnostic tests in core
mathematics for STEM
students, Calculus refresher, A
pocket map of algebraic
manipulation)*

Aufgabensammlungen für STACK (2)



<https://abacus.aalto.fi>

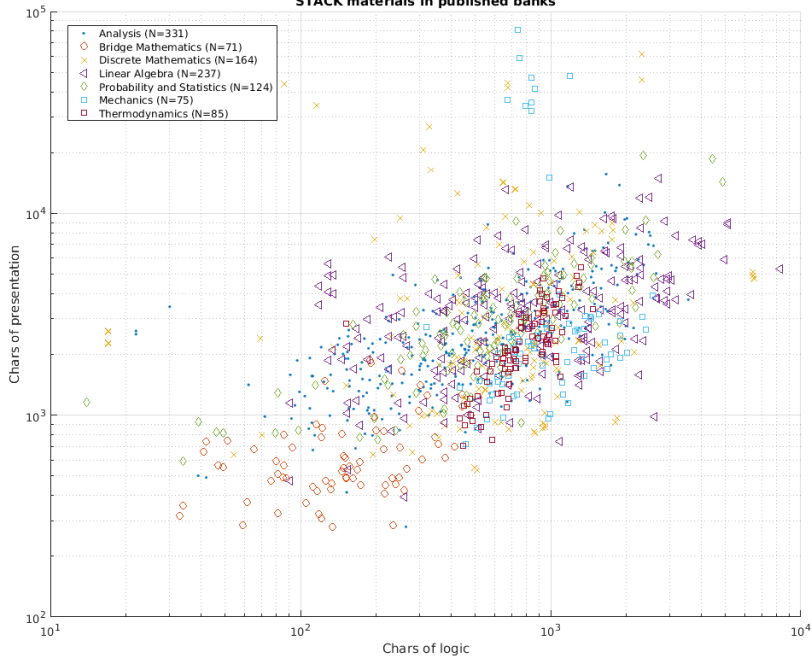
- material bank for STEM education
- produce and host high-quality educational material
- provide maintained and ready-to use material for lecturing and exercises
- focus on material utilizing the automatic assessment system STACK
- but open to material making use of other formats and platforms as well

Abacus-Partners

Momentan 27 Hochschulen weltweit:

- Aalto University, Finland
- Åbo Akademi University, Finland
- Lappeenranta University of Technology, Finland
- Tampere University of Technology, Finland
- University of Oulu, Finland
- University of Turku, Finland
- University of Vaasa, Finland
- Galway-Mayo Institute of Technology, Ireland
- Guangdong Technion – Israel Institute of Technology, China/Israel
- Häme University of Applied Sciences, Finland
- Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ukraine
- JAMK University of Applied Sciences, Finland
- Julius Maximilian University of Würzburg, Germany
- Lahti University of Applied Sciences, Finland
- Metropolia University of Applied Sciences, Finland
- Polytechnic Institute of Leiria, Portugal
- Ruhr Universität Bochum, Germany
- Tallinn University of Technology, Estonia
- Tampere University of Applied Sciences, Finland
- TTK University of Applied Sciences, Estonia
- University of Agder, Norway
- University of Eastern Finland, Finland
- University of Edinburgh, United Kingdom
- University of Helsinki, Finland
- University of Jyväskylä, Finland
- University of Tampere, Finland
- Vaasa University of Applied Sciences, Finland

STACK materials in published banks



Aufgabensammlungen für STACK (3)+(4)

Fakultät für Mathematik, Ruhr-Universität Bochum

ca. 500 eigens entwickelte Aufgaben

- Lineare Algebra, Analysis
- Mathematik für Chemiker
- Mathematik für Maschinenbauer/ Bauingenieure/ UTRM
- Mathematik für Physiker
- Mathematik für Elektrotechniker/ IT-Sicherheit

SIG Mathe+Ilias

ca. 400 übersetzte und neu entwickelte Aufgaben
(Analysis, Algebra, Analytische Geometrie, ...)

Wunsch:

Effizienter Austausch von digitalen Aufgaben unter Lehrenden

→ gemeinsame Datenbank



Suche in Datenbank

Suchbegriff:



Aufgabentyp:

beliebig



Randomisiert:

beliebig



- [40] Potential eines Vektorfeldes mit Parametern, polynomiale (...)
- [41] Potential eines Vektorfeldes mit Parametern, Einträge mit (...)
- [42] Potenzen vereinfachen, Produkt: Vereinfachung eines Terms mit (...)
- [43] Potenzen vereinfachen, Produkt: Vereinfachung von Termen mit (...)
- [44] Binomialkoeffizienten allgemein: Werte der Binomialkoeffizienten (...)
- [45] Kleiner Gauß, obere Grenze n, mit Verschiebung: Herleitung (...)
- [46] Quadranten: 1., 2., 3., 4. Quadrant in der komplexen Zahlenebene (...)
- [47] Wo ist ... in der komplexen Zahlenebene?: zu gegebener komplexen (...)
- [48] Kartesische und Polarkoordinaten: Lückentext zur Definition und (...)
- [49] Definition einer Abbildung: Ordnen der Bruchstücke der (...)
- [50] Verknüpfung von $\exp(x)$ und x^2 : Für verschiedene (...)
- [51] Scheitel und Umkehrfunktion: Berechnung des Scheitelpunktes und (...)
- [52] Scheitelpunktsverschiebung: Bestimmen der Scheitelpunkte für (...)
- [53] Funktionsgraphen Parabel strecken/stauchen: Modifizierten (...)
- [54] Funktionsgraphen Parabel x-2, f+2: Modifizierten Graphen werden (...)

Ausgewählte Aufgaben / Aufgabenkorb:

- [38] det = Produkt der Diagonalelemente?:
- [42] Potenzen vereinfachen, Produkt: Vereinfachung eines Terms mit (...)
- [52] Scheitelpunktsverschiebung: Bestimmen der Scheitelpunkte für (...)
- [54] Funktionsgraphen Parabel x-2, f+2: Modifizierten Graphen werden (...)

Export

Auswahl entfernen



Alles leeren

Titel:

Funktionsgraphen Parabel x-2, f+2

Beschreibung:

Modifizierten Graphen werden
Funktionsvorschriften zugeordnet

Aufgabentyp:

Auswahl (MultipleChoice, Sortieren)

Randomisiert:

Nein

Stichworte:

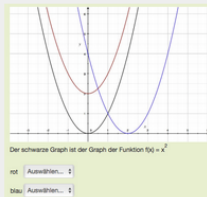
Funktionsgraphen, Parabel

Bemerkungen:

Autor:

AP

Screenshot:





Features

- Sammlung von Online-Aufgaben
- Effiziente Suchmöglichkeiten
- Unterstützung für mehrere Sprachen (Deutsch, Englisch, usw.)
- Relevante Informationen auf einen Blick (inkl. Vorschau)
- Zusammenstellen von Aufgabenpaketen
- Import und Export für Moodle (und Ilias) auf XML-Basis
- Verwaltung unterschiedlicher Aufgabentypen (auch \LaTeX / PDF)

WERBEBLOCK

Mehr dazu in der

Parallelsession II (12:10 - 13:20)

Best-Practice: Lehrfellow Projekt

„DOMAIN - Database of Math Instructions“



Einladung zur Nutzung

Die Aufgabendatenbank DOMAIN steht Lehrenden aller Hochschulen offen zur Verfügung:

`https://db.ak-mathe-digital.de`

Einladung zur Kooperation

Sie sind zur Zusammenarbeit, Mitgestaltung und Weiterentwicklung der Datenbank herzlich eingeladen! Näheres unter

`http://www.ak-mathe-digital.de`